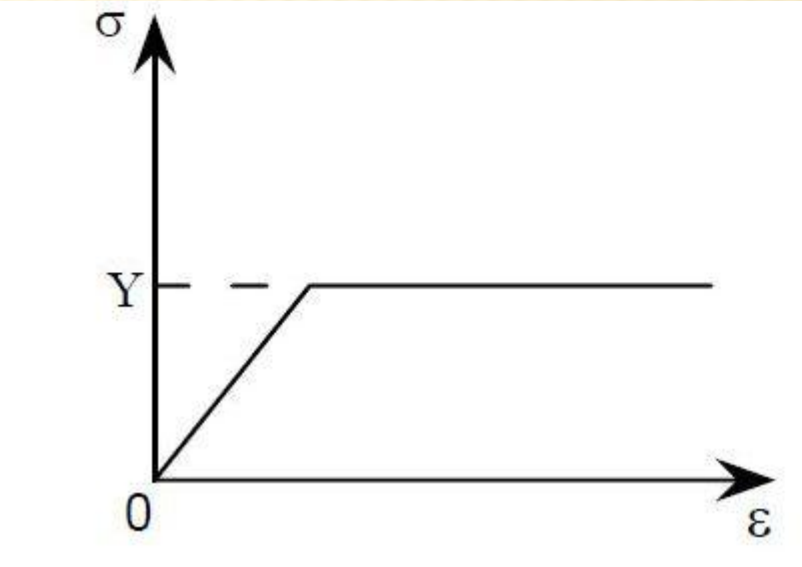
Kluzové čáry

PLASTICITA

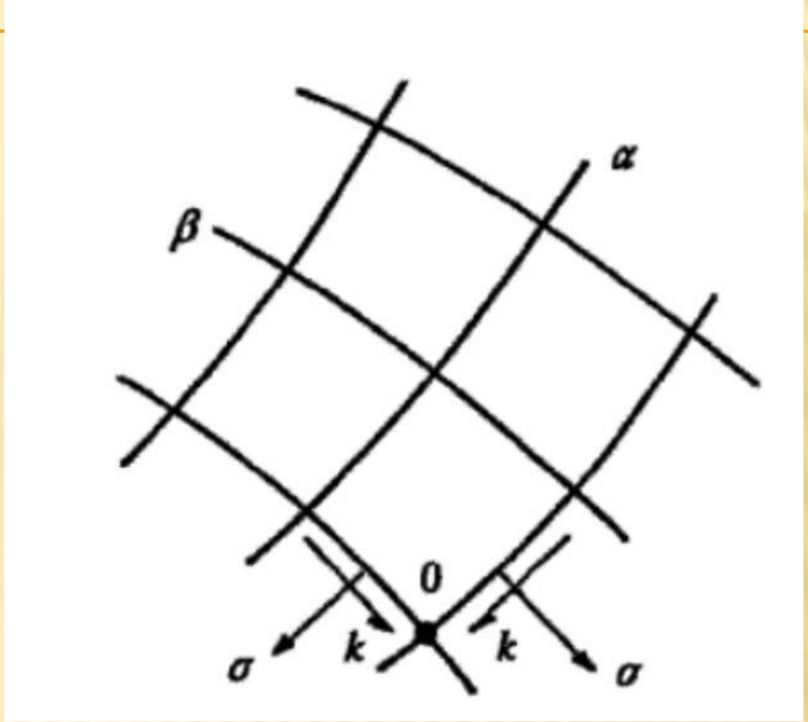
ŘEŠENÍ OKRAJOVÝCH ÚLOH V PLASTICKÉ OBLASTI - PŘEDPOKLADY ŘEŠENÍ

- 1. Rovinná deformace – tj. složka posuvu u_3 ve směru kolmém k základní rovině tělesa (x_1, x_2) je nulová $u_3=0$ a u_1,u_2 jsou funkcí pouze x_1 a x_2
- 2. zatěžování je kvazistatické
- 3. teplota je konstantní
- 4. objemové síly nepůsobí
- 5. materiál tělesa je ideálně plastický

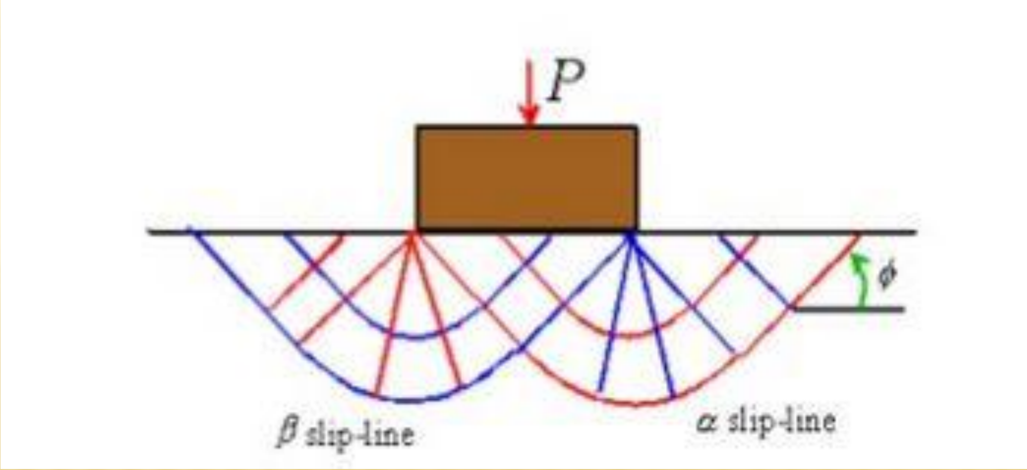


INTERPRETACE KLUZOVÝCH ČAR

Soustava dvou typů čar navzájem kolmých označovaných jako α a β
Lze z nich stanovit rozložení napětí a přírůstků posuvů



Hillovo řešení vtlačování tuhého indentoru do plastického poloprostoru



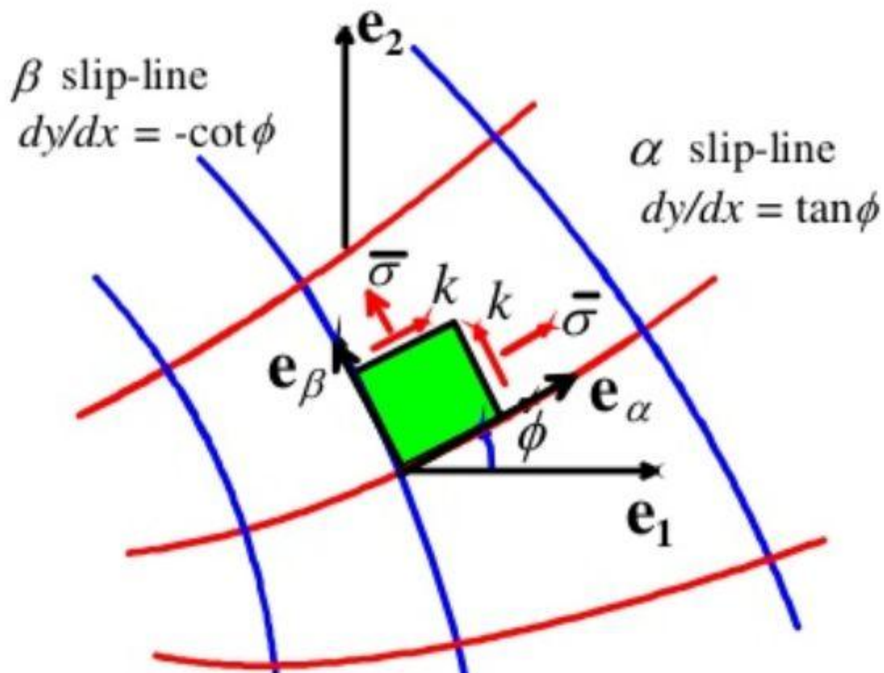
http://solidmechanics.org/

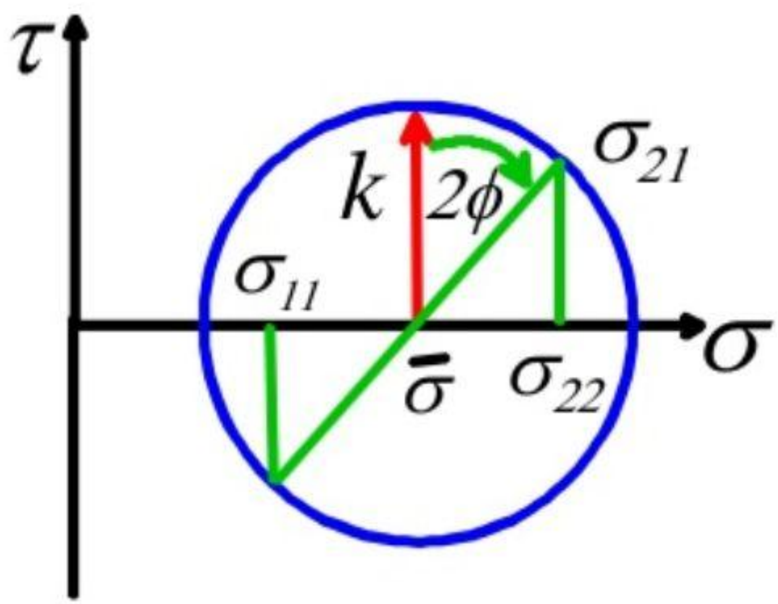
Na obrázku je element tělesa (zelený) v souřadném systému kluzových čar. Na element působí normálné napětí $\bar{\sigma}$ (hydrostatické – střední napětí) a smykové napětí k na mezi kluzu.

Napětí v základním souřadném systému (x_1, x_2) s jednotkovými vektory $\mathbf{e}_1$ a $\mathbf{e}_2$, který je pootočen vůči systému (α,β) o úhel φ, můžeme určit pomocí Mohrovy kružnice.

$$\sigma_{\alpha\alpha} = \sigma_{\beta\beta} = \bar{\sigma}, \quad \sigma_{\alpha\beta} = k = \sigma_k \big/ \sqrt{3}. \qquad \bar{\sigma} = \frac{\sigma_{\alpha\alpha} + \sigma_{\beta\beta}}{2}, \qquad \sigma_{11} = \bar{\sigma} - k \sin 2\phi, \quad \sigma_{22} = \bar{\sigma} + k \sin 2\phi, \quad \sigma_{12} = k \cos 2\phi.$$

Henckyho rovnice: $\bar{\sigma} - 2k\phi =$ konstanta podél kluzové čáry α, $\bar{\sigma} + 2k\phi =$ konstanta podél kluzové čáry β.

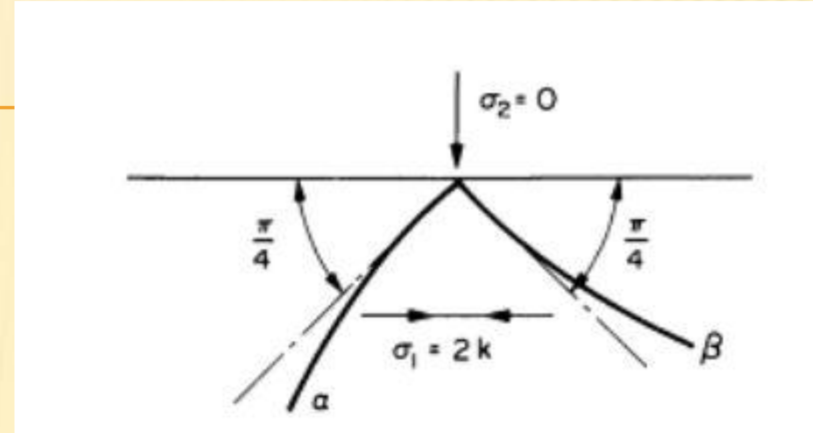




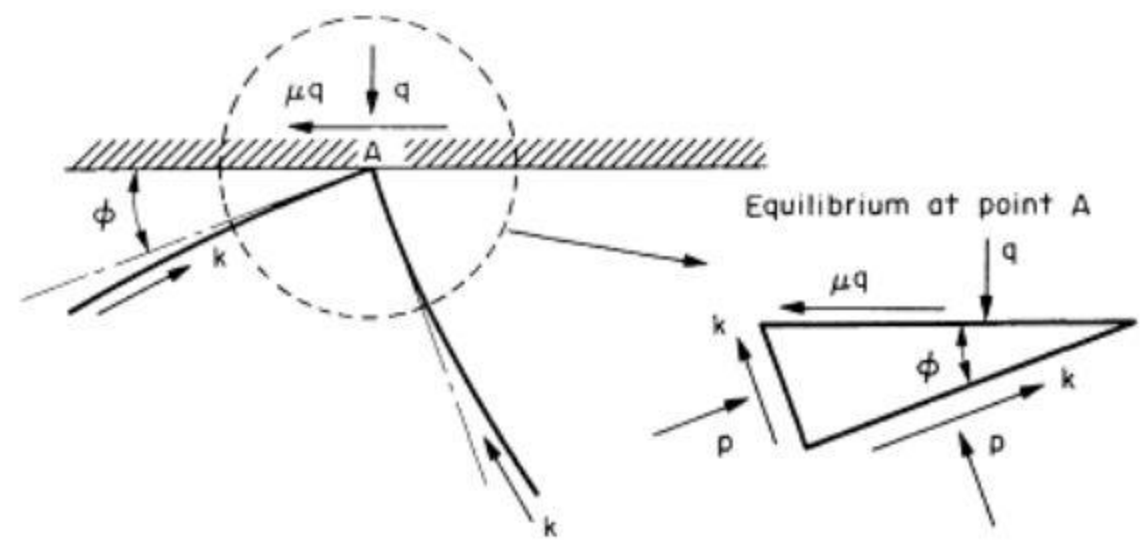
http://solidmechanics.org/

Volný povrch

KLUZOVÉ ČÁRY NA OKRAJI TĚLESA



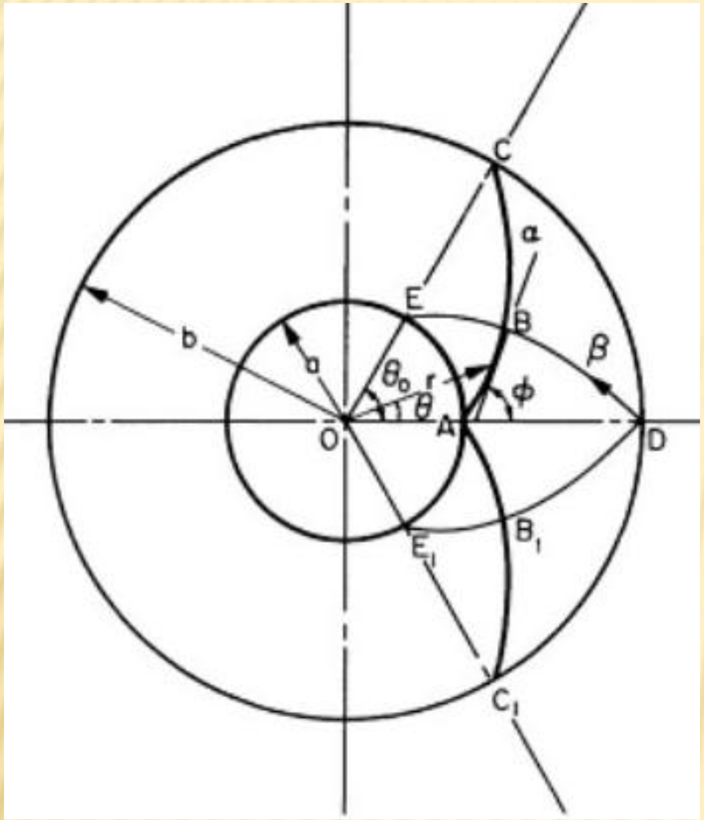
$$\cos 2\phi = \frac{\mu q}{k},$$



Povrch s Coulombovým třením

VÁLEC S VNITŘNÍM PŘETLAKEM

Radiální paprsky jsou osami symetrie úlohy, smykové napětí musí být v radiálních řezech nulové. Kluzové čáry tedy protínají radiální paprsky pod úhlem π/4. Budeme řešit v polárních souřadnicích. Sledujme α-čáru vycházející z bodu A na vnitřním okraji zatíženém radiálním tlakem *p.* Bod C čáry se souřadnicemi (b,θ_0)je na volném okraji, α-čára svírá s tečnou v bodě C úhel π/4



V bodě C na vnějším okraji:

$$\phi_c = \theta_0 + \pi/4, \quad \sigma_{rr_C} = 0, \quad \sigma_{r\theta_C} = 0 \text{ (všude)}.$$

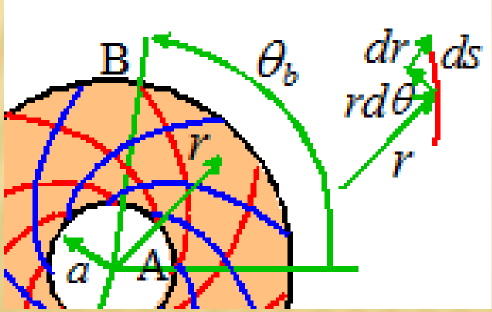
$$\bar{\sigma}_C = k, \quad \sigma_{\theta\theta_C} = 2k.$$

V bodě A na vnitřním okraji:

$$\phi_A = \pi/4, \quad \sigma_{rr_A} = -p,$$

$$\text{Hencky}: \bar{\sigma}_C - 2k\left(\theta_0 + \pi/4\right) = \bar{\sigma}_A - 2k\,\pi/4 \Rightarrow$$

$$\bar{\sigma}_A = k - 2k\theta_0, \quad \theta_0 \text{ je třeba určit.}$$

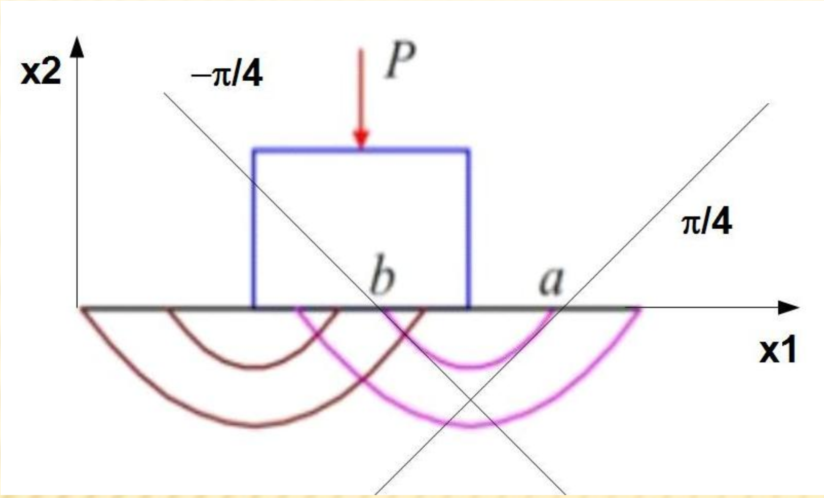


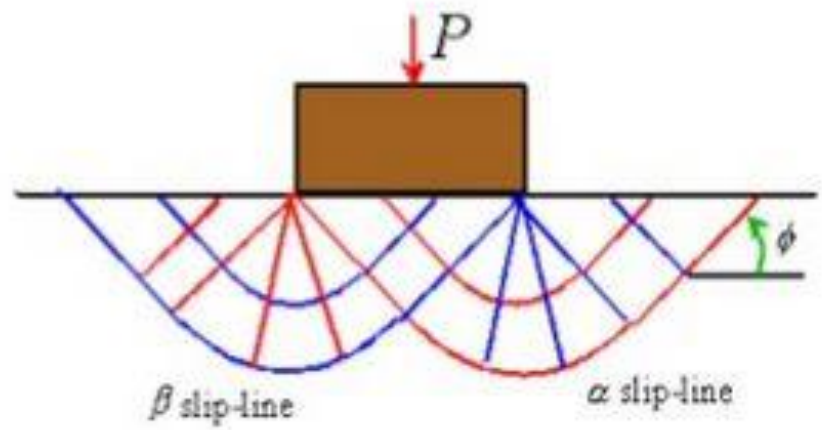
Element ds kluzové čáry α je skloněný pod úhlem $\pi/4$ k radiálnímu přírůstku $dr \Rightarrow dr = rd\theta$

$$\int_a^r \frac{dr}{r} = \int_0^\theta d\theta \quad \Rightarrow \ln\frac{r}{a} = \theta \Rightarrow \ln\frac{b}{a} = \theta_0$$

$$\bar{\sigma}_A = k - 2k\theta_0 = k\left(1 - 2\ln\frac{b}{a}\right), \quad \sigma_{rr_A} = \bar{\sigma}_A - k = -2k\ln\frac{b}{a} = -p_M, \quad \sigma_{\theta\theta_A} = \bar{\sigma}_A + k = k\left(2 - 2\ln\frac{b}{a}\right).$$

APLIKACE NA HILLOVO ŘEŠENÍ VTLAČOVÁNÍ TUHÉHO INDENTORU DO PLASTICKÉHO POLOPROSTORU





Budeme sledovat kluzovou čáru α. Vyjdeme z bodu *a* na nezatíženém povrchu. V tomto bodě je $\sigma_{22}=\sigma_{12}=0$, σ_{11} je od nuly různé. Kluzová čára svírá s osou x_1 úhel $\pi/4$.

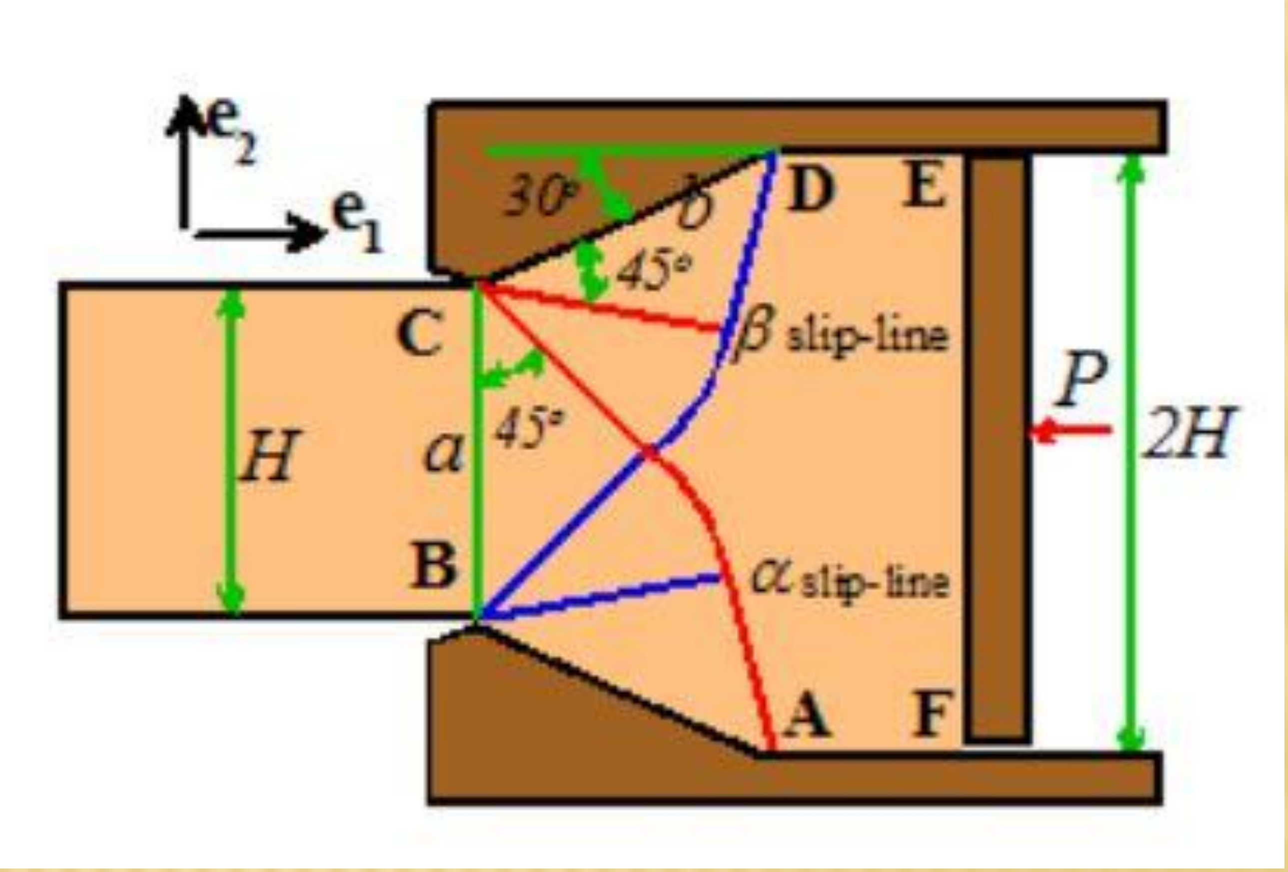
$$\sigma_{11} = \bar{\sigma}_a - k\sin 2\phi_a, \quad \sigma_{22} = \bar{\sigma}_a + k\sin 2\phi_a, \quad \sigma_{12} = k\cos 2\phi_a \Rightarrow$$

$$\sigma_{12} = k\cos \pi/2 = 0, \quad \sigma_{22} = \bar{\sigma}_a + k\sin \pi/2 = 0 \Rightarrow \bar{\sigma}_a = -k, \quad \sigma_{11} = \bar{\sigma}_a - k\sin \pi/2 = -2k.$$

Kluzová čára v bodě b svírá s osou x_1 úhel $-\pi/4$ – z Henckyho rovnic vyplývá:

$$\bar{\sigma} - 2k\phi = \text{konstanta podél kluzové čáry } \alpha \Rightarrow \bar{\sigma}_b - 2k\phi_b = \bar{\sigma}_a - 2k\phi_a \Rightarrow$$

$$\bar{\sigma}_b - 2k\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -k - 2k\frac{\pi}{4}, \quad \bar{\sigma}_b = -k\left(1+\pi\right) \Rightarrow$$



e2
e1
30°
δ
45°
D
E
C
β slip-line
P
45°
H
a
2H
B
α slip-line
A
F