Cylindrické skořepiny

Marvalová – PP2

17.10.2014

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Základní vztahy pro ohýbanou tenkou dlouhou válcovou skořepinu

Diferenciální rovnice pro průhyb *w(x)* tenké válcové skořepiny

$$\frac{d^4w}{dx^4}+4\beta^4 w=\frac{1}{D}\left(p_x-\nu\frac{N_x}{R}\right),$$

$$kde \quad \beta^4=\frac{3\left(1-\nu^2\right)}{R^2h^2} \quad a \quad D=\frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)},$$

$$N_x=-\int p_a(x)dx+N_0$$

$N_x(x)$ je normálná síla, kterou můžeme určit rovněž metodou myšleného řezu,

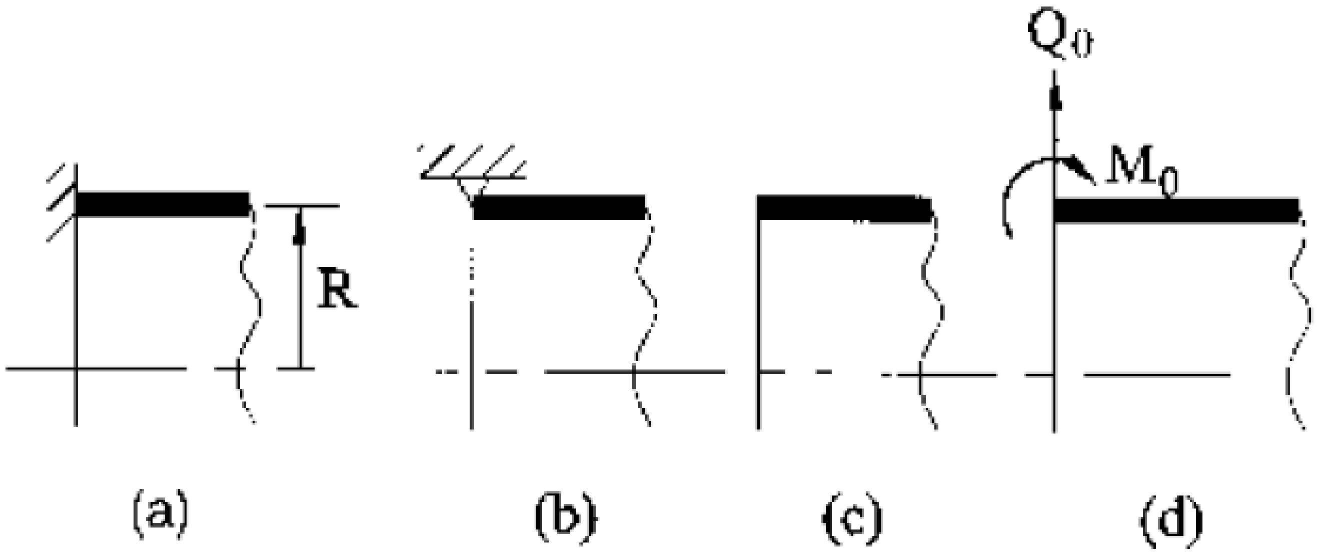
$p_a(x)$ je vnější zatížení ve směru osy na jednotku plochy a $p_x(x)$ je radiální tlak.

Pro dlouhou skořepinu $(\beta l\geq 3)$ je řešením diferenciální rovnice funkce

$$w(x)=e^{-\beta x}\left(A\cos(\beta x)+B\sin(\beta x)\right)+\frac{1}{4\beta^4 D}\left(p_x-\nu\frac{N_x}{R}\right).$$

Konstanty *A* a *B* určíme z okrajových podmínek na čele skořepiny

Okrajové podmínky



a) Vetknutý okraj zamezuje průhybu a natočení: *w(0)=0, w'(0)=0*
b) Prostě podepřený okraj: nulový průhyb a moment ve směru osy $w(0)=0,\ M_x(0)=0$
c) Volný okraj: nepůsobí zde vnější síly: $M_x(0)=0,\ Q(0)=0$
d) Zatížený okraj: $M_x(0)=M_0,\ Q(0)=Q_0$

Výpočet napětí : Z okrajových podmínek (d) můžeme vyjádřit konstanty *A* a *B* v závislosti na M_0 a Q_0:

$$A = \frac{1}{2\beta^3 D}\left(Q_0 + \beta M_0\right), \quad B = -\frac{M_0}{2\beta^2 D}, \quad pak$$

$$w(x) = e^{-\beta x}\left(\frac{M_0}{2\beta^2 D}\left(\cos(\beta x) - \sin(\beta x)\right) + \frac{Q_0}{2\beta^3 D}\cos(\beta x)\right) + \frac{1}{4\beta^4 D}\left(p_x - \nu\frac{N_x}{R}\right).$$

$$w(0) = \frac{M_0}{2\beta^2 D} + \frac{Q_0}{2\beta^3 D} + \frac{1}{4\beta^4 D}\left(p_x(0) - \nu\frac{N_x(0)}{R}\right),$$

$$w'(0) = -\frac{M_0}{\beta D} - \frac{Q_0}{2\beta^2 D} + \frac{1}{4\beta^4 D}\frac{d}{dx}\left(p_x - \nu\frac{N_x}{R}\right)_{x=0}.$$

Po stanovení průhybu, vypočteme vnitřní síly na jednotku délky střední kružnice a napětí:

$$M_x = D\frac{d^2 w}{dx^2}, \quad M_t = \nu D\frac{d^2 w}{dx^2} = \nu M_x, \quad Q = D\frac{d^3 w}{dx^3},$$

$$N_t = Eh\frac{w}{R} + \nu N_x, \quad \sigma_x = \pm\frac{M_x}{h^2/6} + \frac{N_x}{h}, \quad \sigma_t = \pm\frac{M_t}{h^2/6} + \frac{N_t}{h}.$$

TKMOST

Příklad 1 – Dvě svařené trubky nestejné tloušťky zatížené přetlakem

- Dvě trubky ze stejného materiálu, které mají stejný střední poloměr a různou tloušťku stěny, byly svařeny a jsou zatíženy konstantním vnitřním přetlakem. Jaké je namáhání trubek v místě spoje? Předpokládáme, že trubky jsou „otevřené“ tj. síla N_x=0;
- Dáno: R=50mm, h_1=5mm, h_2=2mm, p=5 Mpa, E=200000 MPa, $\nu = 0{,}3$
- Kdyby trubky nebyly svařeny, pak vlivem stejného přetlaku *p* by se tenčí trubka roztahovala víc, než trubka tlustší. Ve sváru tedy musí působit vnitřní příčná síla Q_0, která tlustší trubku roztahuje a tenčí trubku svírá. Kromě této síly vzniká ve spoji i vnitřní moment M_0. Průhyb trubek *w(x)* musí být v místě spoje spojitou a hladkou funkcí *x*.
- Položíme počátek souřadnic do místa spoje a nasměrujeme osu *x* tenčí trubky doprava a osu x tlustší trubky doleva. Platí:

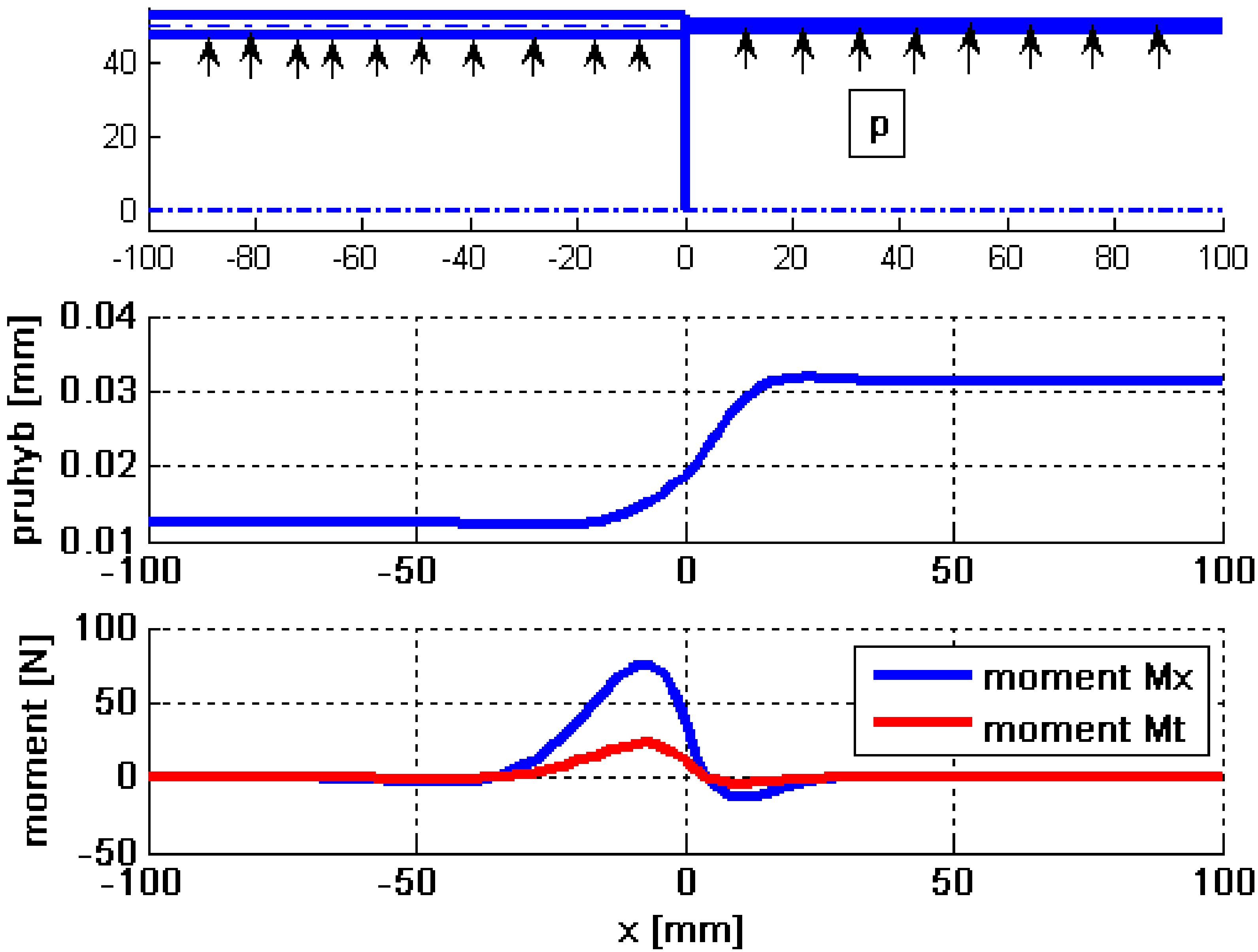
$$w_1(0) = \frac{M_0}{2\beta_1^{\,2} D_1} - \frac{Q_0}{2\beta_1^{\,3} D_1} + \frac{pR^2}{Eh_1}, \quad w_1'(0) = -\frac{M_0}{\beta_1 D_1} + \frac{Q_0}{2\beta_1^{\,2} D_1},$$

$$w_2(0) = \frac{M_0}{2\beta_2^{\,2} D_2} + \frac{Q_0}{2\beta_2^{\,3} D_2} + \frac{pR^2}{Eh_2}, \quad w_2'(0) = -\frac{M_0}{\beta_2 D_2} - \frac{Q_0}{2\beta_2^{\,2} D_2},$$

Vnitřni síly M_0 *a* Q_0 :

$$w_1(0) = w_2(0),$$

$$w_1'(0) = -w_2'(0),$$



p
40
20
0
-100
-80
-60
-40
-20
0
20
40
60
80
100
pruhyb [mm]
0.04
0.03
0.02
0.01
-50
50
moment [N]
moment Mx
moment Mt
x [mm]

Příklad 2- Dlouhá tlaková nádoba s rovnými tuhými čely

- Dáno: R=120mm, h=5mm, p=7 Mpa, E=200000 MPa, $\nu = 0{,}3$
- Průřez trubky se v místě spojení s tuhým rovným dnem nemůže roztáhnout ani natočit

$$w(0) = 0, \quad w'(0) = 0.$$